

1 Zahlen

1.1 Zahlenmengen

$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; \dots\}$ Menge der natürlichen Zahlen

$\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$ Menge der natürlichen Zahlen mit Null

$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$ Menge der ganzen Zahlen

Alle Zahlen lassen sich auf der **Zahlengeraden** darstellen.

Je weiter rechts auf der Zahlengerade eine Zahl steht, um so größer ist sie.

Die Entfernung einer Zahl vom Nullpunkt der Zahlengeraden heißt **Betrag** der Zahl.

Zwei Zahlen, die den gleichen Betrag, aber verschiedene Vorzeichen haben, heißen **Gegenzahlen**.

Bsp.:

Zahl	Gegenzahl	Betrag
5	-5	5
-13	13	13

Quadratzahlen der Zahlen von 1 bis 25: 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100;
121; 144; 169; 196; 225; 256; 289; 324; 361; 400;
441; 484; 529; 576; 625;

Primzahlen besitzen genau zwei Teiler, nämlich 1 und sich selbst: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; ...

Jede natürliche Zahl (außer 1 und Primzahlen) lässt sich eindeutig in ein Produkt von

Primzahlen zerlegen. (Primfaktorenzerlegung) **Bsp.:** $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
 $= 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

1.2 Das Dezimalsystem

Unser Zahlensystem besteht aus den Ziffern 0 bis 9 (**Zehnersystem** oder **Dezimalsystem**)

und ist ein **Stellenwertsystem**; die Stelle einer Ziffer bestimmt ihren Wert in der Zahl.

Stufenzahlen (Zehnerpotenzen): $10^0 = 1$; $10^1 = 10$; $10^2 = 100$; $10^3 = 1000$; $10^4 = 10000$; ...

1.3 Römische Zahlzeichen

I = 1; V = 5; X = 10; L = 50; C = 100; D = 500; M = 1000;

Bsp.: MCLVIII = 1158

1.4 Runden

Steht **nach** der Stelle, auf die gerundet werden soll, die Ziffer 0, 1, 2, 3 oder 4, so wird abgerundet, bei den Ziffern 5, 6, 7, 8 und 9 wird aufgerundet.

Bsp.: $36\ 245 \approx 36\ 250$ (gerundet auf Z); $36\ 245 \approx 36\ 000$ (gerundet auf T)

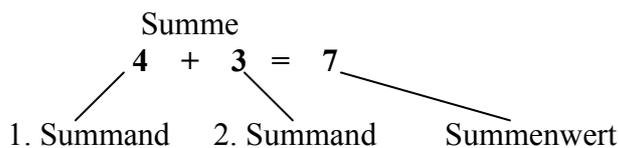
1.5 Termarten

Einen Rechenausdruck aus Zahlen, Rechenzeichen und ggf. Klammern nennt man **Term**.

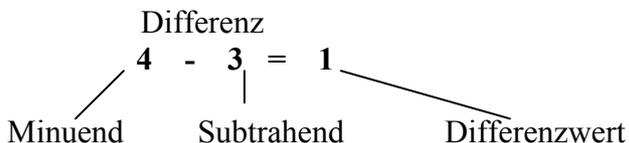
Rechenart

Zugehöriger Term

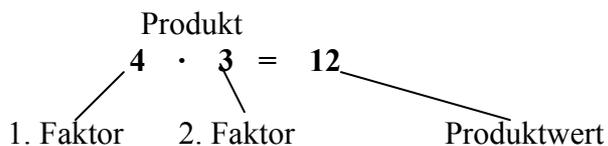
Addition:



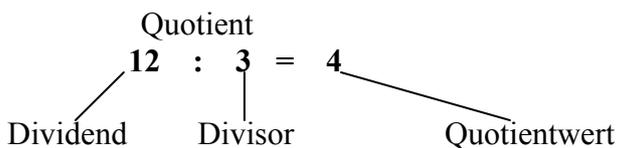
Subtraktion:



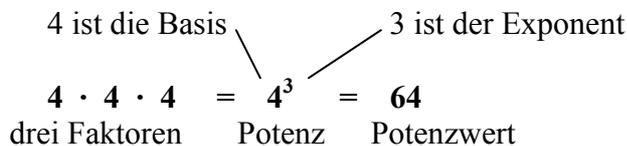
Multiplikation:



Division:



Potenz:



1.6 Rechengesetze

Für alle $a, b, c \in \mathbf{Z}$ gilt:

Kommutativgesetz:

$$a + b = b + a \quad \text{KG}^+$$

$$a \cdot b = b \cdot a \quad \text{KG}^*$$

Assoziativgesetz:

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad \text{AG}^+$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \quad \text{AG}^*$$

(Ausmultiplizieren) \longrightarrow

Distributivgesetz: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad \text{DG}$

\longleftarrow (Ausklammern)

Merke:

- Rechenregel: **Punkt vor Strich**, wenn nicht die Klammer sagt: „Zuerst komm ich!“
- Der letzte Rechenschritt bestimmt die Art des Terms.
- Durch Null darf **nicht** dividiert werden!

1.7 Rechnen mit ganzen Zahlen

Addieren und Subtrahieren:

Zuerst vereinfachte Schreibweise

Dann: Addieren und Subtrahieren;

$$\begin{array}{l} \text{Bsp1.:} \quad (+2) + (+6) = \\ \quad 2 \quad + \quad 6 \quad = \quad 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (-2) + (-6) = \\ -2 \quad - \quad 6 \quad = \quad -8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Bsp2.:} \quad (+2) + (-6) = \\ \quad 2 \quad - \quad 6 \quad = \quad -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (-2) + (+6) = \\ -2 \quad + \quad 6 \quad = \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Bsp3.:} \quad (+8) - (-3) = \\ \quad 8 \quad + \quad 3 \quad = \quad 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (-8) - (+3) = \\ -8 \quad - \quad 3 \quad = \quad -11 \end{array}$$

Multiplikations- und Divisionstabellen:

·	+	-
+	+	-
-	-	+

:	+	-
+	+	-
-	-	+

$$\begin{array}{ll} \text{Bsp.:} (+2) \cdot (+3) = 6 & (+6) : (+3) = 2 \\ (-2) \cdot (-3) = 6 & (-6) : (-3) = 2 \\ (+2) \cdot (-3) = -6 & (+6) : (-3) = -2 \\ (-2) \cdot (+3) = -6 & (-6) : (+3) = -2 \end{array}$$

1.8 Größen

Eine **Größe** besteht aus einer **Maßzahl** und einer **Maßeinheit**.

Bsp.:

17 kg

Längeneinheiten: mm cm dm m km

Die Umrechnungszahl ist 10 (Ausnahme: 1km = 1000 m).

Bsp.: 13 dm = 1,3 m

Flächeneinheiten: mm² cm² dm² m² a ha km²

Die Umrechnungszahl ist immer 100.

Bsp.: 13 a = 1300 m²
= 0,13 ha

Masseneinheiten: mg g kg t

Die Umrechnungszahl ist immer 1000.

Bsp.: 13 g = 13000 mg
= 0,013 kg

Geldeinheiten: 1 € = 100 ct

Zeiteinheiten: 1 min = 60 s 1 h = 60 min 1 d = 24 h 1 a = 365 d

1.9 Der Maßstab

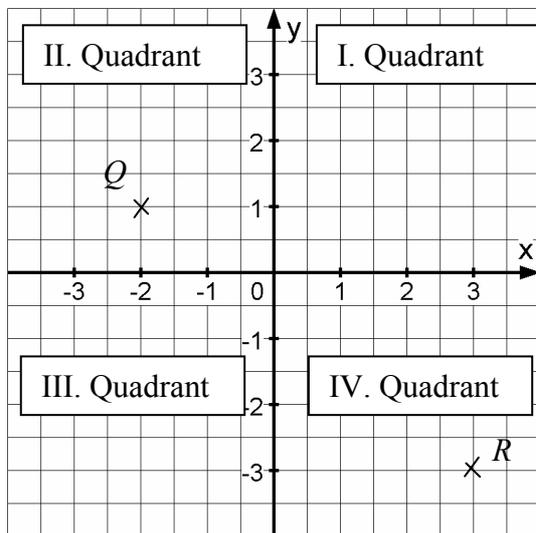
	Maßstab	Abbildung	Wirklichkeit
Bsp.:	1:100000	1cm	100000cm 1000m
	5:1	1cm	0,2cm 2mm

2 Geometrie

2.1 Das Koordinatensystem

Die waagrechte Achse heißt **x-Achse**, die senkrechte Achse **y-Achse**. Ihr gemeinsamer Punkt ist der Nullpunkt und heißt **Ursprung**.

Ein Punkt **P(x | y)** ist durch seine **Koordinaten** festgelegt. **Bsp.:** $Q(-2/1)$; $R(3/-3)$



2.2 Geometrische Grundbegriffe

Strecke [AB]



\overline{AB} ist die **Länge** der Strecke [AB].

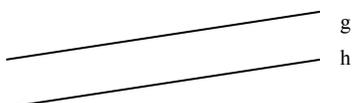
Halbgerade [AB]



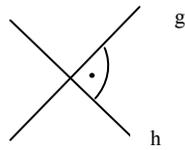
Gerade AB



Die Geraden g und h sind zueinander **parallel**, $g \parallel h$



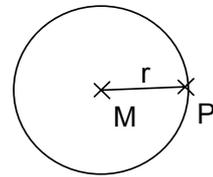
Die Geraden g und h stehen aufeinander **senkrecht**, g ist **Lot** zu h, $g \perp h$



Alle Punkte P einer **Kreislinie** haben vom Mittelpunkt M die gleiche Entfernung .

Die Strecke [MP] nennt man **Radius** des Kreises.

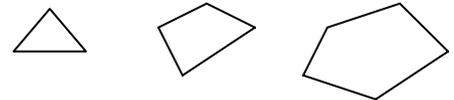
Für den **Durchmesser d** eines Kreises mit Radius r gilt: $d = 2 \cdot r$



2.3 Geometrische Figuren

Figuren sind ebene Gebilde.

Geradlinig begrenzte Flächenstücke werden als **Vielecke** bezeichnet. Je nach Anzahl ihrer Eckpunkte nennt man sie **Dreieck**, **Viereck**, **Fünfeck** usw.



Ein Viereck mit 4 rechten Winkeln (90°) heißt **Rechteck**.



Ein Rechteck mit vier gleich langen Seiten heißt **Quadrat**.



Ein Viereck, bei dem gegenüberliegende Seiten parallel sind, heißt **Parallelogramm**.



Ein Viereck mit 4 gleich langen Seiten heißt **Raute**.

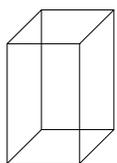


Ein Viereck, bei dem 2 Seiten parallel sind, heißt **Trapez**.

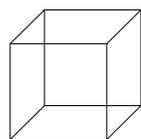


2.4 Körper

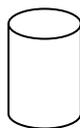
Körper sind räumliche Gebilde.



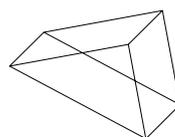
Quader



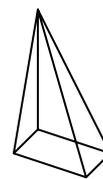
Würfel



Zylinder



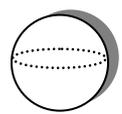
Prisma



Pyramide



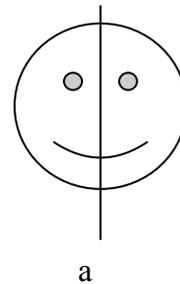
Kegel



Kugel

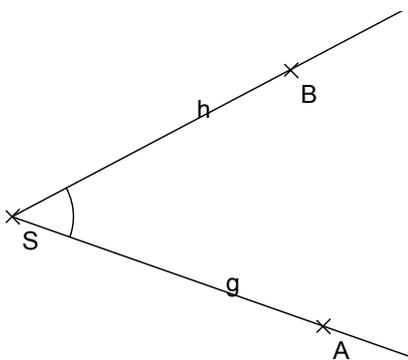
2.5 Achsensymmetrische Figuren

Figuren, die man durch Falten aufeinander legen kann, heißen **achsensymmetrisch**. Die Fallgerade a heißt **Symmetrieachse**.



2.6 Winkel

Dreht man eine Halbgerade g um ihren Anfangspunkt S entgegen dem Uhrzeigersinn bis zur Halbgeraden h , so wird ein Bereich überstrichen, den wir Winkel zwischen g und h nennen.



Bezeichnungen:

$\sphericalangle (g,h)$ oder

$\sphericalangle ASB$ oder

mit kleinen griechischen Buchstaben:

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon \dots$

Winkelarten

$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	spitzer Winkel
$\alpha = 90^\circ$	rechter Winkel
$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	stumpfer Winkel
$\alpha = 180^\circ$	gestreckter Winkel
$180^\circ < \alpha < 360^\circ$	überstumpfer Winkel
$\alpha = 360^\circ$	Vollwinkel

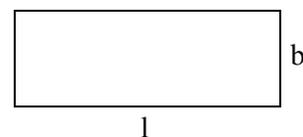
2.7 Umfang und Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat

Umfang eines Rechtecks :

$$U_R = 2 \cdot l + 2 \cdot b = 2 \cdot (l + b)$$

Flächeninhalt des Rechtecks:

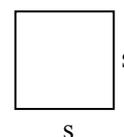
$$A_R = l \cdot b$$



Für ein **Quadrat** mit der Seitenlänge s gilt entsprechend:

$$U_Q = 4 \cdot s$$

$$A_Q = s \cdot s = s^2$$



Wenn man die Seitenflächen eines Quaders in einer Ebene ausbreitet, erhält man sein **Netz**. Der Flächeninhalt dieses Quadernetzes ist der **Oberflächeninhalt des Quaders** :

Für einen Quader mit den Kantenlängen l , b und h gilt:

$$O_{\text{Quader}} = 2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

Speziell gilt für den **Oberflächeninhalt eines Würfels** mit der Kantenlänge s :

$$O_{\text{Würfel}} = 6 \cdot s^2$$

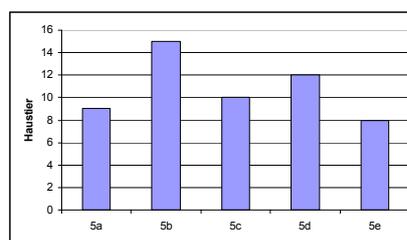
3 Diagramme

Zusammenhänge zwischen Größen kann man in einer **Tabelle** oder in einem **Diagramm** darstellen.

Tabelle

Klasse	5a	5b	5c	5d	5e
Hauttier	9	15	10	12	8

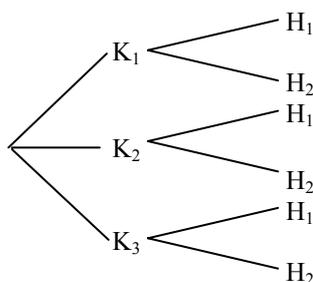
Säulendiagramm



4 Kombinatorik

Zählprinzip

Sophie möchte sich verkleiden. Sie hat drei Kleider und zwei alte Hüte gefunden. Auf wie viele verschiedene Arten kann sie sich damit verkleiden?



Baumdiagramm

Jeder Pfad im **Baumdiagramm** steht für eine Kombinationsmöglichkeit.

Die Gesamtzahl der Möglichkeiten ergibt sich aus der Anzahl der Baumenden (6).

Nach dem **Zählprinzip** erhält man die Gesamtzahl der Möglichkeiten als Produkt aus der Anzahl der Möglichkeiten auf jeder Stufe: $3 \cdot 2 = 6$

Bemerkung: Die Zusammenstellung des Grundwissens Mathematik basiert auf dem Grundwissenskatalog der Fachschaft Mathematik des Gymnasiums Oberhaching, bei der wir uns für die Hilfe herzlich bedanken.